

SUB14 - Problema 2

A tinta que sobrou

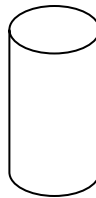
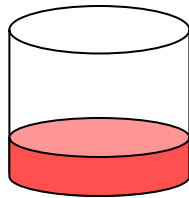
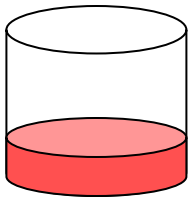


A Miriam gosta de dedicar o tempo livre a fazer decorações em sua casa. Recentemente, pôs mãos à obra e decidiu pintar o seu escritório.

Na hora de arrumar tudo, já muito satisfeita com o trabalho concluído, verificou que tinham sobrado duas latas, cada uma cheia até um quarto da altura.

Resolveu juntar o conteúdo das duas latas numa lata mais pequena, com metade do diâmetro das outras duas e com a mesma altura. E achou que nessa lata mais pequena caberia exatamente o conteúdo das outras duas.

Será que tem razão?



$$V_{\text{cilindro}} = \text{Área base} \times h$$

$$\text{Área base} = \pi r^2$$

RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Inês Guerreiro Lourenço,
EB 2,3 João de Deus, Silves

$$V_1 = \frac{\pi R^2 h}{2}$$

$$V_2 = \frac{\pi R^2 h}{4}$$

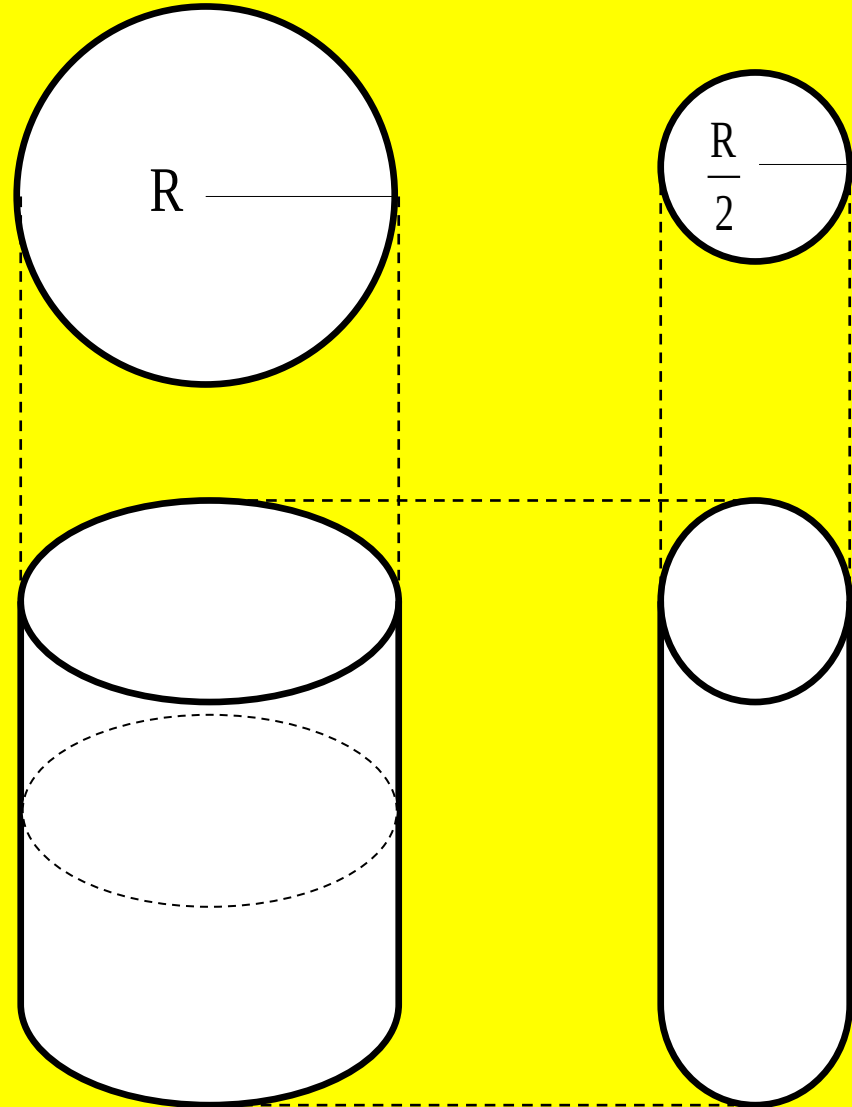
$$\frac{\pi R^2 h}{2} > \frac{\pi R^2 h}{4}$$

Logo, a tinta não cabe toda dentro da lata mais pequena.

Resposta: A Miriam não tem razão, se ela colocar a tinta dentro da lata mais pequena, uma parte dessa tinta não caberá lá dentro.

$$V_1 = \frac{\pi R^2 h}{2}$$

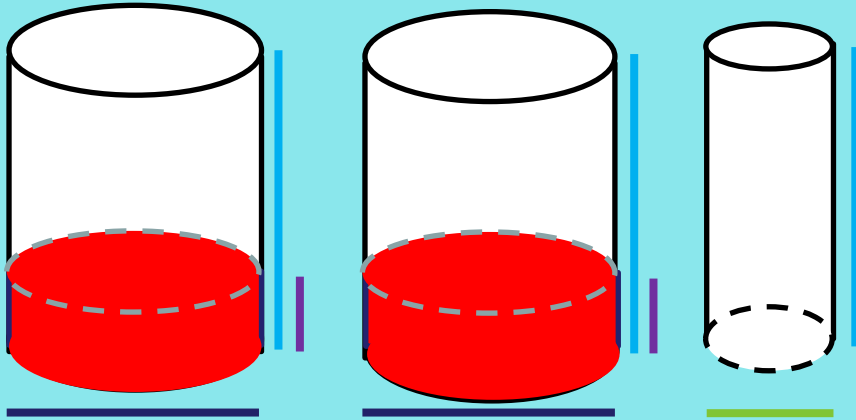
$$V_2 = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 h$$



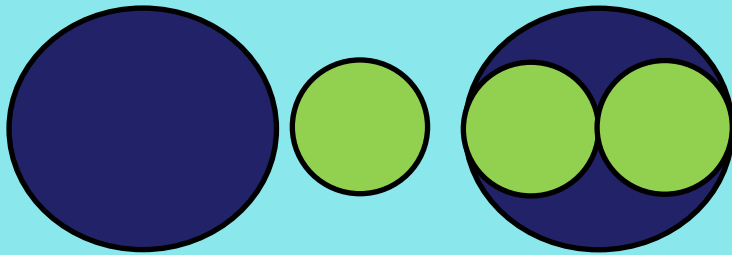
Luís Afonso,

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

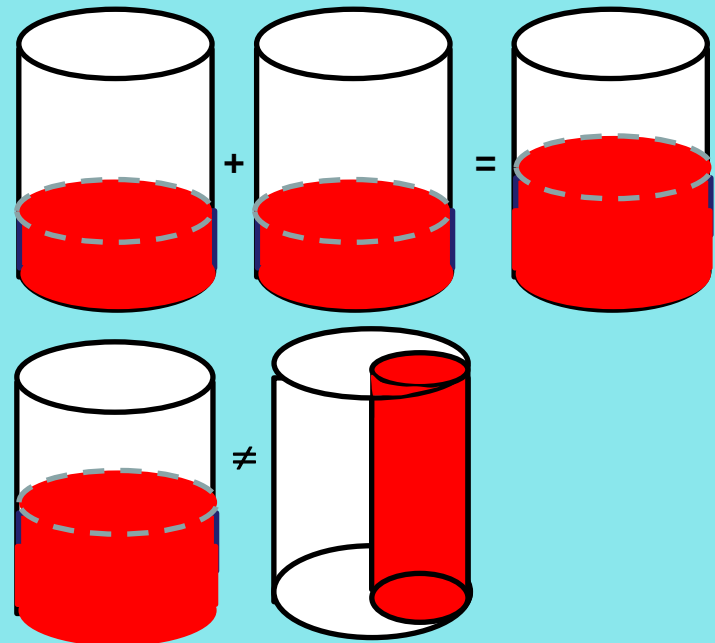
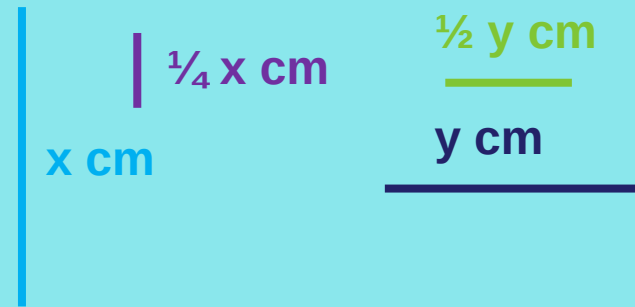
Latas



Bases



Medidas

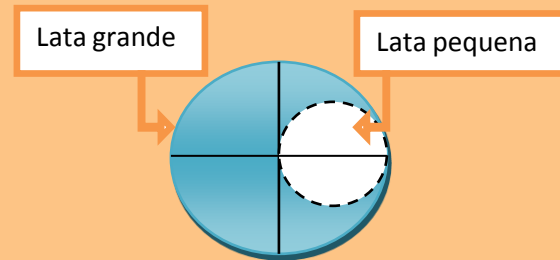


R: Ela não tem razão, pois é impossível metade de uma lata grande ($\frac{1}{4}$ de cada uma das 2 latas) caber em uma pequena pois uma lata pequena tem menos volume que metade de uma grande. Isto porque 2 pequenas cabem dentro da grande e ainda sobra espaço.
 $1\text{grande} > 2\text{pequenas}$, ou seja, $\frac{1}{2}\text{grande} > 1\text{pequena}$

Carolina Cipriano

ES Padre António Macedo, Santiago do Cacém

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \rightarrow \text{metade de uma lata grande}$$



Resposta: Ela não tem razão, porque a lata pequena não é metade da lata grande (é menos de metade) e assim não caberia, dentro da lata pequena, toda a tinta que sobrou.

Óscar Amaro,

EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Equação:

$$2 \times \frac{1}{4} \times (h\pi r^2) = [h\pi (r/2)^2] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2h/4 \times 2\pi/4 \times 2r^2/4 = 4h/4 \times 4\pi/4 \times (r^2/4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2h \times 2\pi \times 2r^2 = 4h \times 4\pi \times r^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2h \times 4\pi \times r^2 = 4h \times 4\pi \times r^2$$

Esta equação é impossível (h e r não podem ser 0).

Substituição (para h=4 e r=2, por exemplo):

$$2 \times \frac{1}{4} \times (4 \times 3,14 \times 4) = 4 \times 3,14 \times 1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} 16 \times 3,14 = 13,56 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 27,12 = 13,56$$

Impossível.

R: A Miriam está errada pois a tinta que ficou nos baldes maiores não caberia no balde mais pequeno.

Inês Mendes,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

$$VA = \pi r^2 \frac{1}{4} h$$

$$VB = \pi r^2 \frac{1}{4} h$$

$$VC = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h$$

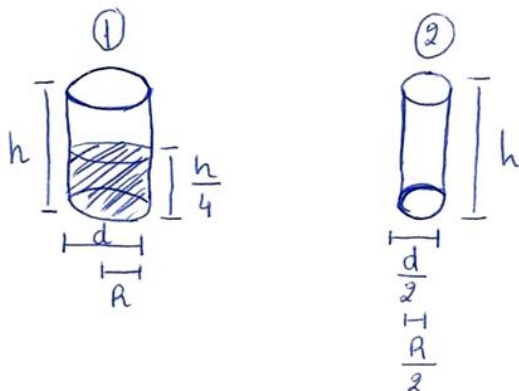
$$VA+VB = VC \Leftrightarrow \pi r^2 \frac{1}{4} h + \pi r^2 \frac{1}{4} h = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\pi \frac{r^2}{4} h\right) = \pi \frac{r^2}{4} h \Leftrightarrow 2 = 1 \text{ isto é falso}$$

R: 2 é diferente de 1, logo a Miriam não tem razão.

Tatiana Custódio,

Agrupamento de Escolas de Alcoutim, Alcoutim



$$V_1 = A_b \times h = \pi \times R^2 \times \frac{h}{4} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{4}$$

$$2 \times V_1 = 2 \times \frac{\pi \times R^2 \times h}{4} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{2}$$

$$V_2 = A_b \times h = \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^2 \times h = \frac{\pi \times R^2 \times h}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times V_1 \\ V_2 \end{array} \right\} 2V_1 > V_2$$

R: A Miriama não tem razão pois o conteúdo das 2 latas grandes não cabe na lata pequena, porque é o dobro do volume da lata pequena

Adriana Picoito, Catarina Martins,

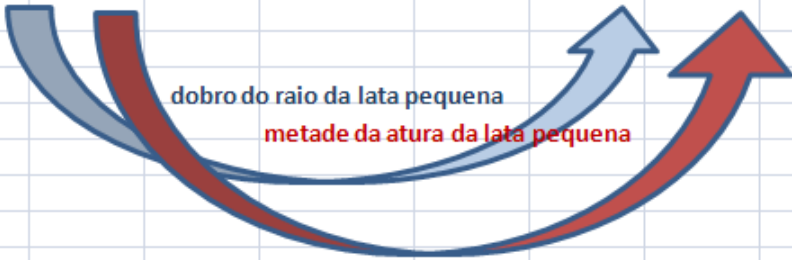
EB 2,3 Dr. João Lúcio, Olhão

Utilizámos uma técnica em Excel, que dá para calcular várias coisas.

Primeiro calculámos o volume da tina conjunta das duas latas grandes. Indicámos o raio, a altura, colocámos a fórmula do volume e encontrámos o volume da tinta.

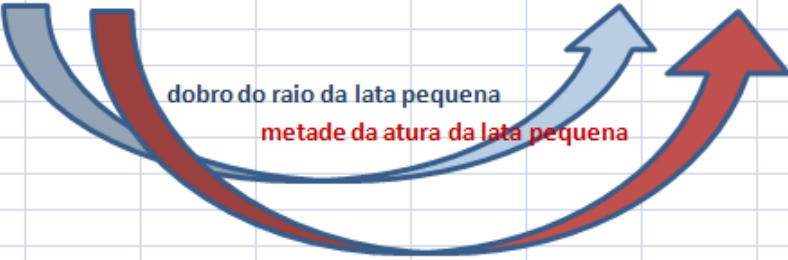
Fizemos o mesmo para o volume da lata pequena.

Cálculo do volume da tinta			Cálculo do volume da lata pequena		
Raio	Altura	Volume	Raio	Altura	Volume
6	8	904,32	3	16	452,16



dobro do raio da lata pequena
metade da altura da lata pequena

Cálculo do volume da tinta			Cálculo do volume da lata pequena		
Raio	Altura	Volume	Raio	Altura	Volume
4	5	251,2	2	10	125,6



dobro do raio da lata pequena
metade da altura da lata pequena

Resposta: Não é possível a tinta das duas latas grandes caber na lata pequena, porque o volume da tinta é duas vezes maior que o volume da lata.

João Real

EB 2,3 Dr. António Francisco Colaço, Castro Verde

Duas latas iguais com tinta até $\frac{1}{4}$ da altura é o mesmo que tinta até $\frac{1}{2}$ da altura de uma lata.

Chamei R_1 ao raio das 2 latas iguais.

Calculei o volume de tinta:

$$V_{\text{tinta}} = \pi \times R_1^2 \times \frac{h}{2} = \frac{\pi \times R_1^2 \times h}{2}$$

Como a lata mais pequena tem metade do diâmetro dos outros, também tem metade do raio, ou seja $\frac{R_1}{2}$.

Calculei o volume da 3ª lata:

$$V_{3^\circ \text{ lata}} = \pi \times \left(\frac{R_1}{2}\right)^2 \times h = \pi \times \frac{R_1^2}{4} \times h = \frac{\pi \times R_1^2 \times h}{4}$$

Logo, a tinta não vai cobrir na 3ª lata, portanto o Miroam não tem razão, porque $\frac{\pi \times R_1^2 \times h}{2} > \frac{\pi \times R_1^2 \times h}{4}$

João Pedro Vargas

Agrupamento de Escolas da Vidigueira, Vidigueira

Como no problema não diz as medidas dos raios, decidi fazer (medidas para as latas grandes) uma hipótese com o raio com 4 cm, e por isso, a lata pequena irá ter 2 cm de raio, e outra hipótese com o raio com 10 cm, e o raio da lata pequena terá 5 cm.

1ª Hipótese:

Lata grande - Lata pequena -

Raio – 4 cm Raio – 2 cm

Altura – 6 cm Altura – 6 cm

Área base – $3,14 * (4*4) = 50,24$ Área base – $3,14 * (2*2) = 12,56$

Volume da lata – $50,24*6=301,44 \text{ cm}^3$ Volume da lata – $12,56*6 = 75,36 \text{ cm}^3$

Quantidade de tinta – $301,44/4=75,36$

$75,36*2=150,72$

$75,36 \text{ cm}^3$ da lata pequena só chega para metade da quantidade de tinta, não para ela toda.

2ª Hipótese:

Lata grande - Lata pequena -

Raio – 10 cm Raio – 5 cm

Altura – 6 cm Altura – 6 cm

Área base – $3,14 * (10*10) = 314$ Área base – $3,14 * (5*5) = 78,5$

Volume da lata – $314*6 = 1884$ Volume da lata – $78,5*6 = 471$

Quantidade de tinta – $1884/4=471$

$471*2 = 942$

471 cm^3 da lata pequena só chega para metade da quantidade de tinta, não para ela toda.

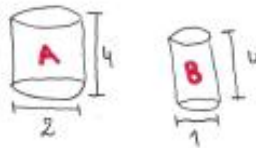
R: Ela não tem razão, por que seja qual for a medida do raio ou diâmetro, a lata pequena só tem capacidade para a tinta de apenas uma lata grande, não para a tinta das duas latas.

Problema 2

Então sobrou: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ • quer dizer que ao todo sobrou metade de uma lata.

- Para demonstrar que a Hilam não tem razão, vou explicar através de hipóteses.

1.ª hipótese

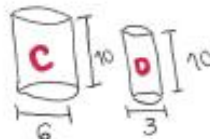


$$V_A = 3,14 \times 1^2 \times 4 = 12,56$$

$$12,56 : 2 = 6,28 \text{ (devido por dois para saber quanto é a metade porque é a quantidade de tinta que sobrou.)}$$

$$V_B = 3,14 \times 0,5^2 \times 4 = 3,14$$

2.ª hipótese



$$V_C = 3,14 \times 3^2 \times 10 = 282$$

$$282 : 2 = 141,3 \text{ (devido por dois para saber quanto é a metade porque é a quantidade de tinta que sobrou.)}$$

$$V_D = 3,14 \times 1,5^2 \times 10 = 70,65$$

→ Como se pode verificar o que sobra das 2 latas de tinta corresponde a metade de uma só lata. Metade de um volume de uma lata, é sempre maior quantidade do que a lata que tem metade do diâmetro. Então a Hilam não tem razão.

Marta Mendonça

EBI/JI José Carlos da Maia, Olhão

Resolução do Problema 2

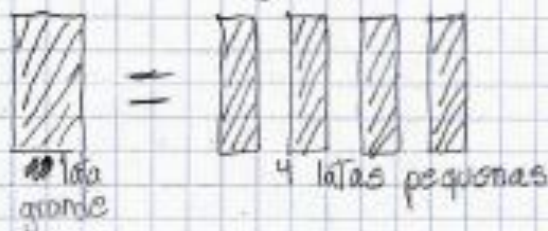
Lata grande $\rightarrow$ Área $= \pi r^2$

Lata pequena $\rightarrow$ Metade do diâmetro ou seja metade do raio.

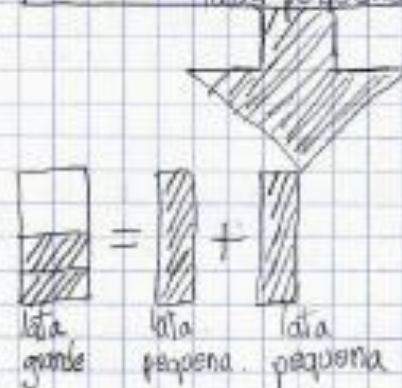
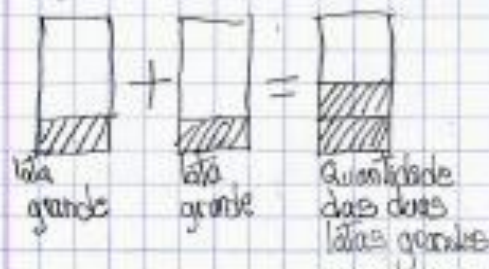
Área da base da lata mais pequena $\rightarrow \frac{\pi r^2}{4}$

Com o esquema acima, chegamos à conclusão que apesar da lata pequena ter metade do raio da maior, a sua área é quatro vezes menor.

A área da base da lata pequena é quatro vezes menor do que a grande. Ou seja, conseguimos colocar na lata grande, 4 latas pequenas.



Conclusão: Se para uma lata grande ficar cheia precisa de quatro latas pequenas. Ou seja, metade de uma lata precisará de 2 latas pequenas.



R: A Miriam não tem razão